

CURSO DE ECONOMETRÍA II

TALLER PRÁCTICO N° 3 MODELOS ARCH-GARCH

1. Muestre que la media incondicional del modelo

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

es igual a $\frac{\phi_0}{(1-\phi_1)}$.

2. Considere el modelo ARCH-M representado por las ecuaciones $y_t = \mu_t + \varepsilon_t$, donde

$\mu_t = \beta + \delta h_t$, con $\delta > 0$, $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$. Recuerde que $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso de ruido

blanco. Por simplicidad, considere el caso en el que $E\varepsilon_t^2 = E\varepsilon_{t-1}^2 = \dots = 1$.

- a) Encuentre la media condicional Ey_t . ¿Cómo afecta un cambio en δ a la media?
- b) Con la información posterior (Enders, 1995: 159-160) demuestre que cambiando de β y δ de (-4,4) a (-1,1) cómo afecta a la media de la secuencia $\{y_t\}$:

Ecuación media \Rightarrow i) $y_t = -4 + 4h_t + \varepsilon_t$ si $(\beta, \delta) = (-4,4)$

ii) $y_t = -1 + h_t + \varepsilon_t$ si $(\beta, \delta) = (-1,1)$

Ecuación varianza $\Rightarrow h_t = 1 + 0.65\varepsilon_{t-1}^2$

- c) Demuestre que la varianza incondicional de y_t cuando $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ no depende de β, δ y h_t .

3.- Suponga que la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ es generada por el proceso ARCH (q) representado por:

$$\varepsilon_t = v_t (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2)^{1/2}$$

Demuestre que la esperanza condicional $E_{t-1} \varepsilon_t^2$ tiene la misma forma que

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t$$

4.- Sea $y_0 = \varepsilon_0 = 0$ y las primeras cinco realizaciones de la secuencia $\{\varepsilon_t\}$ iguales a (1,-1,-2, 1, 1) . Grafique las siguientes secuencias:

$$\text{Modelo 1: } y_t = 0.5y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{Modelo 2: } y_t = \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}^2$$

$$\text{Modelo 3: } y_t = 0.5y_{t-1} + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}^2$$

- ¿Cómo afecta la especificación ARCH-M al comportamiento de la secuencia $\{y_t\}$?
¿Cuál es la influencia del término autorregresivo en el modelo 3?
- Para cada uno de los tres modelos, calcule la media y la varianza muestrales de $\{y_t\}$

5.- Considere los datos del archivo D-Ejer2-ARCH, el cual contiene una serie de datos artificiales.

- Estime el modelo AR(1) para obtener los residuos.
- Grafique sus funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. ¿Parecen ser ruido blanco? Argumente con base en el estadístico Q de Ljung-Box.
- Grafique las funciones de autocorrelación de los residuos al cuadrado. ¿Qué modelo ARMA puede identificar? Realice la prueba tipo multiplicador de Lagrange de Engle.
- Estime el modelo ARCH(1) para los residuos. Compare sus resultados con los de un modelo ARCH(4).

6.- Supóngase que la varianza condicional de $\{y_t\}$ es $h_t = 1 + 0.65\varepsilon_{t-1}^2$

- Realice y grafique 60 realizaciones para $\varepsilon_t \sim (0,1)$.
- Con base en a), construya y grafique la trayectoria de h_t .
- Con base en a) y b), construya y grafique la trayectoria de $y_t = -4 + 4h_t + \varepsilon_t$
- Con base en a) y b), construya y grafique la trayectoria de $y_t = -1 + h_t + \varepsilon_t$

7. Construya un modelo GARCH para cualquiera de las siguientes variables modelando la media de la serie como un proceso ARMA o como un modelo de regresión lineal incluyendo otras variables explicatorias:

- Variaciones de cotizaciones bursátiles (Merval o BOVESPA o Bolsa Mexicana de Valores)
- Volatilidad de la Inflación (investigue como se calcula).
- Variación de tipo de cambio real.
- Variaciones del Precio del petróleo.

Use datos mensuales o diarios cuando sea posible.

8. Realice la especificación en la ecuación de varianza condicional para un modelo IGARCH (1,1)

9. Realice la especificación de ecuación media y ecuación de variación condicional para un modelo ARIMA (1,0,0) en ecuación media con combinación GARCH – M (1,1), especificación varianza condicional.

10. Realice la especificación de ecuación de varianza para un modelo TAR(1,1).

11. Realice la especificación de ecuación de varianza para un modelo EGARCH (1,1).

12. Realice la especificación de ecuación de varianza condicional para un modelo GARCH (1,1) con una variable explicativa.