DR. ROGER ALEJANDRO BANEGAS RIVERO, *PH.D.*
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, ADMINISTRATIVAS Y FINANCIERAS
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA GABRIEL RENÉ MORENO

RETROALIMENTACIÓN MODELOS DE VOLATILIDAD
ARCH- GARCH

a) **Especificación de ecuación media y ecuación de variación condicional para un modelo ARIMA (1,0,0) en ecuación media en combinación GARCH – M (1,1), especificación varianza condicional.**

Ecuación media:

$$y_t = \varphi_0 + \varphi_1 y_{t-1} + \delta h_t + \varepsilon_t$$

Ecuación varianza condicional:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

$$\alpha_0 > 0;\ 0 < \alpha_1 < 1;\ \alpha_1 + \beta \leq 1$$

¿Qué sucede si $\delta > 0;\ \delta = 0;\ \delta < 0$?

b) **Especificación de ecuación de varianza para un modelo TARCH (1,1).**

Se desea demostrar que el efecto de las malas noticias es mayor que el efecto de las buenas noticias (efecto apalancamiento).

Ecuación media, AR(1):

$$y_t = \varphi_0 + \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Ecuación varianza condicional:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda\, D_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}$$

Donde:

$D_{t-1} = \begin{Bmatrix} 1 & si\ \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & si\ \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{Bmatrix}$ s.a.:

$$\alpha_0 > 0;\ 0 < \alpha_1 < 1;\ \lambda > 0;\ \alpha_1 + \lambda > 0;\ \alpha_1 + \beta \leq 1$$

Si $\lambda > 0$, los choques negativos tendrán efectos más largos sobre la volatilidad condicional que los choques positivos; caso contrario los choques positivos tendrán mayor efecto que las malas noticias.

c) Especificación de ecuación de varianza para un modelo EGARCH (1,1).

Nelson (1991) propone una especificación GARCH que no requiere condiciones de no negatividad en la ecuación de la varianza condicional:

$$\ln h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} / h_{t-1}^{0.5}) + \lambda |\varepsilon_{t-1} / h_{t-1}^{0.5}| + \beta \, ln \, h_{t-1}$$

Es una forma log-lineal con estandarización residual que permite evaluar el tamaño y persistencia de los choques, recuerde que ε_{t-1} es una unidad sin medida.

En esta especificación es permisible que los parámetros sean negativos.

Si $\varepsilon_{t-1} / h_{t-1}^{0.5}$ es positivo, el efecto del choque sobre la varianza condicional será $\alpha_1 + \lambda$; Si $\varepsilon_{t-1} / h_{t-1}^{0.5}$ es negativo, el efecto del choque sobre el logaritmo de la varianza condicional será $-\alpha_1 + \lambda$.

β representa la persistencia en la volatilidad condicional: valores altos implica largos períodos para la estabilización de una series después de choque determinado; λ representa una magnitud de efecto simétrico del modelo; α_1 representa la asimetría del modelo o efecto de apalancamiento.

Si $\alpha_1 = 0$, el modelo es simétrico; si $\alpha_1 < 0$, los choques positivos (buenas noticias) generan menor volatilidad en comparación con las malas noticias; si $\alpha_1 > 0$, implica que las innovaciones positivas generan un aumento en la volatilidad condicional en comparación con las innovaciones negativas.

d) Especificación de ecuación de varianza con variables explicativas

Al igual de un modelo en ecuación media que contempla variables explicativas, la ecuación de varianza condicional también permite la presencia de variables exógenas.

Suponga que y_t es el precio del petróleo: ¿cómo afectaría a la volatilidad del precio del petróleo la invasión de EEUU a Irak durante el 20 de marzo y 1º de mayo de 2003?

Ecuación varianza condicional:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \gamma D_t$$

Efecto de la invasión sobre la volatilidad de los precios del petróleo (γ).